

تمرين 1 :

$$\begin{cases} A = 1 + \cos\left(\frac{f}{5}\right) + \cos\left(\frac{2f}{5}\right) + \cos\left(\frac{3f}{5}\right) + \cos\left(\frac{4f}{5}\right) \\ B = \sin\left(\frac{f}{5}\right) + \sin\left(\frac{2f}{5}\right) + \sin\left(\frac{3f}{5}\right) + \sin\left(\frac{4f}{5}\right) \end{cases}$$

نضع $w = \cos\left(\frac{f}{5}\right) + i \sin\left(\frac{f}{5}\right)$ ، نعتبر المجموعين :

(1) احسب A

(2) بين أن $A + iB = \frac{1-w^5}{1-w}$ ثم استنتج أن : $iB = \frac{1+w}{1-w}$

(3) اكتب على الشكل المثلثي كلا من $1+w$ و $1-w$

(4) استنتج حساب B

(5) احسب : $C = \sin\left(\frac{f}{5}\right) + \sin\left(\frac{2f}{5}\right)$

تمرين 2 : نضع $w = \cos\left(\frac{f}{5}\right) + i \sin\left(\frac{f}{5}\right)$

(1) بين أن : $w^2 + \frac{1}{w^2} - \left(w + \frac{1}{w}\right) + 1 = 0$

(2) نضع $z = w + \frac{1}{w}$

أ) تحقق أن : $z^2 - z - 1 = 0$ ثم استنتج القيم الممكنة للعدد z

ب) تحقق أن : $w + \frac{1}{w} = 2 \cos\left(\frac{f}{5}\right)$

(3) حدد النسب المثلثية للزاوية $\frac{f}{5}$

تمرين 3 : المستوى العقدي منسوب إلى م.م.م $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، ليكن $(n, r) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{R}$

نعتبر الأعداد : $z_k = \left[1; \frac{r}{n} + \frac{2kf}{n}\right]$ / $k \in \{1; 2; \dots; n\}$ ، ونعتبر في المستوى العقدي النقط M_1 و M_2 و ... و M_n

ذات الألقاق على التوالي : $(z_1 + 1)^n$ و $(z_2 + 1)^n$ و ... و $(z_n + 1)^n$

▪ بين أن النقط M_1 و M_2 و ... و M_n مستقيمية

تمرين 4 : نعتبر العدد : $Z = \cos \theta + i \sin \theta$ حيث $\theta \in]-f; f]$

اكتب على الشكل المثلثي العدد $1 + Z + Z^2$